

徐兴忠教授提出了新的拟合优度检验方法

最近，徐兴忠教授和其学生何道江在正态检验的研究中取得了重要进展。他们在论文《A goodness-of-fit testing approach for normality based on the posterior predictive distribution》中提出了新的拟合优度检验方法。

在拟合优度检验问题中，常见的原假设都是复合假设。现有的拟合优度检验方法中，检验统计量是样本的经验分布与零分布之间的某种距离。当原假设是一个由参数标记的分布族时，若将参数的估计代入分布，检验统计量仍是两个分布之间的距离，只是用参数估计方法从零假设分布族中挑选出一个分布。如何定义样本与零假设分布族之间的距离？首先要考虑到零假设分布族中的每一个分布在这个距离中都应起作用；其次对于得到的样本，零假设分布族中的不同分布其作用是不同的；对于参数分布族，后验分布正好刻画了得到样本后不同分布的地位；若将分布族以后验分布密度为权作积分，得到的就是后验预测分布，这样，可以用样本经验分布与后验预测分布之间的某种距离来定义样本与分布族之间的距离。

基于这个想法，徐兴忠教授等研究了正态性检验，选择的距离是分布函数之间的 L_2 -Wasserstein 距离，先验分布是 Jeffreys 先验。在正态分布下，导出的检验统计量对位移和尺度变换不变，从而在原假设下统计量的分布已知。有意思的是，经过对检验统计量的适当线性变换，其极限分布为 $\sum_3^{\infty} (Y_k^2 - 1)/k$ 的分布，其中 $Y_k, k=3, 4, \dots, \infty$ ，为独立的具有标准正态分布的随机变量序列。数值模拟表明，文中所提的检验方法对重尾分布具有很好的检验效果。在正态性检验中，比公认的 Anderson-Darling 检验和 Shapiro-Wilk 检验具有更高的功效。

此文发表在国际重要学术刊物《test》(SCI, 2区)上。